TEMPS DE PASSAGE (N)
(09 / 01 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Un temps de passage est un exemple important de **temps d'arrêt**.

(i) Cas d'une **chaîne de MARKOV** X = $\{(\mathscr{X}, \mathscr{B}), (X_n)_{n \in \mathbf{N}}\}$, dans laquelle $\mathscr{B}$ est une **tribu de parties** de l'**espace des états** $\mathscr{X}$.

Soit B $\in \mathscr{B}$ une **partie mesurable** donnée de $\mathscr{X}$:

(a) on appelle **premier temps de passage** par (ou **premier temps d'entrée** dans) B de X l'entier τ_B tq (cf aussi **temps d'entrée**) :

(1) $\tau_B(\omega) = \inf\{n \in \mathbf{N} : X_n(\omega) \in B\}$.

Ce nombre entier définit une **va** entière τ_B dont le domaine de définition est $A_B = \cup_{n \in \mathbf{N}} [X_n \in B] \subset \mathscr{X}^{\mathbf{N}}$;

(b) on appelle **premier temps de passage** par B après l'instant n = 0 l'entier τ^1_B tq :

(2) $\tau^1_B(\omega) = \inf\{n \in \mathbf{N} \setminus \{0\} : X_n(\omega) \in B\}$.

Cet entier définit une variable aléatoire entière τ^1_B dont le domaine de définition est $A^1_B = \cup_{n \in \mathbf{N}^*} [X_n \in B]$.

(c) on appelle **premier temps de retour** vers B l'entier τ^1_B tq $\tau^1_B(\omega) \geq 1$.

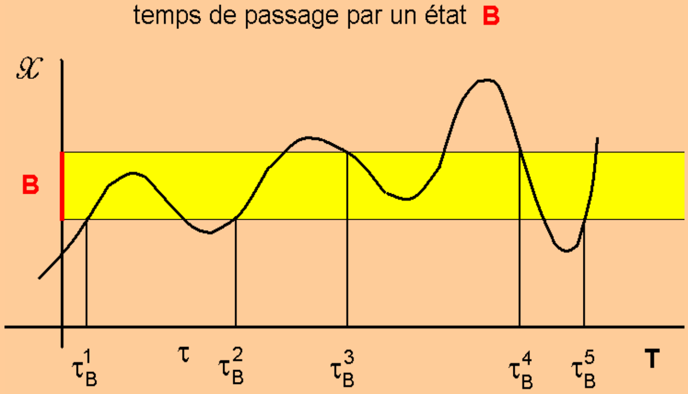
(d) on définit, de façon analogue, le **k-ième temps de passage** (ou **k-ième temps d'entrée**), le **k-ième temps de retour** et le **k-ième temps de sortie**.

(ii) Les notions s'étendent à tout **processus** X = $(X_t)_{t \in T}$ pour lequel T est un ensemble totalement ordonné, ie (T , ≤) (cf **relation d'ordre**) :

(a) le **premier temps de passage** par B $\in \mathscr{B}$ est défini selon :

(1)' $\tau_B(\omega) = \inf\{t \in T : X_t(\omega) \in B\}$.

Exemple de représentation graphique ci-après (pour tout k = 1 ,…, 5, τ^k_B est un temps de passage par l'état B $\in \mathscr{B}$; une durée tq $\tau - \tau^1_B$ est alors dite première **durée de passage**, ou **durée de séjour**, dans B) ;



(b) le deuxième temps de passage par est ensuite défini selon :

(3) $\tau^1{}_B(\omega) = \inf\{t \in T \setminus \{\tau_B\} : X_t(\omega) \in B\}$;

(c) de façon générale, le **k-ième temps de passage** par B est défini selon :

(4) $\tau^k{}_B(\omega) = \inf\{t \in T \setminus \{\tau_B, \tau^1{}_B, \ldots, \tau^{k-1}{}_B\} : X_t(\omega) \in B\}$.