TEST CONVERGENT (I2, I9)
(06 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

On dit qu'un **test** φ relatif à une hypothèse de base H_0 est un **test convergent** relativement à une hypothèse alternative H_1 ssi la fonction puissance de φ tend vers 1 lorsque la taille de l'**échantillon** tend vers l'infini.

(i) Soit $(\mathscr{X}, \mathscr{B}, (P_\theta)_{\theta \in \Theta})$ un **modèle image**, dans lequel $(\mathscr{X}, \mathscr{B})$ est une puissance cartésienne $(\mathscr{X}_0{}^N, \mathscr{B}_0{}^{\otimes N})$ et $X = (X_1, \ldots, X_N)$ un **échantillon aléatoire** dont une des **lois** possibles est $P_\theta{}^X$. Soit $H_0 : \theta \in \Theta_0$ une **hypothèse de base**, à tester, et $H_1 : \theta \in \Theta_0$ une **hypothèse alternative**. Soit $\varphi : \mathscr{X} \mapsto [0, 1]$ un **test pur**, $w \in \mathscr{B}$ une **région critique** et $\eta_\theta : \Theta \mapsto [0, 1]$ la **fonction puissance** de φ, ie :

(1) $\quad \eta_\theta (w) = P_\theta{}^X (w).$

On dit alors que φ est un **test convergent** pour l'alternative H_1 ssi :

(2) $\quad \lim_{N \to \infty} \eta_\theta (w) = 1- , \qquad \forall \theta \in \Theta_1 .$

(ii) Soit $H_1 = (H_{1i})_{i \in I}$ une **famille** d'alternatives de H_0 .

On dit que φ est un **test uniformément convergent** relativement à H_1 ssi, pour tout $i \in I$, φ est convergent relativement à H_{1i} , ie :

(3) $\quad \lim_{N \to \infty} \eta_\theta (w) = 1- , \qquad \forall \theta \in \Theta_{1i} , \forall i \in I.$