

## TEST D'INDÉPENDANCE DU CHI-DEUX (C2, D1, I2)

(02 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

Etant donné un **tableau de contingence**  $N = (n_{ij})_{(i,j)}$ , le test de l'hypothèse d'indépendance  $H_0$  concerne les deux **variables qualitatives**  $\eta_1$  et  $\eta_2$  qui définissent les « dimensions » de  $N$  (cf **indépendance stochastique**).

Ce test peut se fonder sur la **statistique du chi-deux** (cf **test du chi-deux**) :

$$(1) \quad X^2 = \sum_i \sum_j e_{ij}^{-1} (n_{ij} - e_{ij})^2,$$

qui est une quasi-**distance** (non symétrie) entre la table observée  $N$  et une table  $E$  estimée en faisant une **hypothèse d'indépendance** sur les données empiriques, ie :

$$(2) \quad E = (e_{ij})_{(i,j)}, \text{ avec } e_{ij} = n_{..}^{-1} (n_{i.} \cdot n_{.j}).$$

Si l'hypothèse d'indépendance entre  $\eta_1$  et  $\eta_2$  est vraie, on établit que :

$$(3) \quad X^2 \sim \mathcal{X}^2 ((I - 1) \cdot (J - 1)) \quad (\text{loi du chi-deux à } (I - 1) \times (J - 1) \text{ dl}).$$

Par suite, sous  $H_0$ , la **région critique** du test (rejet de  $H_0$ ) est de la forme :

$$(3) \quad w = [X^2 > q_{1-\alpha}],$$

où  $q_{1-\alpha}$  est le **quantile** d'ordre  $1 - \alpha$  de la loi  $\mathcal{X}^2 ((I - 1) \cdot (J - 1))$  précédente. Autrement dit, on rejette  $H_0$  si la quasi-distance observée est trop grande.