TEST DE COCHRAN (1) (I2, I5, N8)

(19 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

Ce premier **test de COCHRAN** est un **test d'homogénéité** entre des **variances** (**homogénéité** au second ordre) relatives à des **populations** données. Il sert notamment à détecter des **observations** atypiques (cf **aberration**) et intervient dans l'étude de la **fiabilité** des **systèmes**.

(i) Soit $X = (X_{nk})_{(n,k)}$ une **matrice** aléatoire représentant un **échantillon** constitué de $N \cdot K$ observations indépendantes, supposées réparties dans K groupes $k = 1, \dots, K$.

Pour tout $k \in N_K^*$, on note σ_k^2 la **variance** théorique de la **loi de probabilité** générant les observations relatives au groupe k , ainsi que les moments suivants :

$$(1) \quad \begin{aligned} \bar{X}_k &= N^{-1} \sum_{n=1}^N X_{nk} && \text{(moyenne empirique),} \\ S_k^2 &= (N - 1)^{-1} \sum_{n=1}^N (X_{nk} - \bar{X}_k)^2 && \text{(variance empirique corrigée).} \end{aligned}$$

On veut alors tester l'**hypothèse de base** :

$$(2) \quad H_0 : \sigma_1^2 = \dots = \sigma_K^2 (= \sigma_0^2) \quad \text{(homogénéité entre groupes)}$$

contre l'**hypothèse alternative** :

$$(3) \quad H_1 : \exists (k', k'') \in N_K^* \times N_K^* \text{ tq } \sigma_{k''}^2 \neq \sigma_{k'}^2.$$

(ii) Le **test de W.G. COCHRAN** est fondé sur la **statistique de W.G. COCHRAN** :

$$(4) \quad C_N = \max_{k=1}^K S_k^2 / \sum_{k=1}^K S_k^2 \quad \text{(variabilité relative maximale).}$$

Ce test suppose que la **loi de probabilité** P^X générant l'échantillon X est une **loi normale**.

Si l'on accepte H_0 , on peut répéter le test après avoir éliminé la (ou les) observations) $(X_{n,k(0)})_{n=1, \dots, N}$ qui ont rendu une classe k_0 aberrante (en notant $k(0)$ pour désigner k_0).