

TEST DE PITMAN (I2)

(12 / 12 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

Le **test de PITMAN** est un **test non paramétrique** d'**homogénéité** du premier ordre (**moyennes arithmétiques** théoriques), fondé sur la notion de **concordance** entre **échantillons**.

(i) On considère un problème à deux échantillons $X^i = (X_{i,1}, \dots, X_{i,N(i)})$ ($i = 1, 2$) dont les coordonnées sont des **vars** et dont les **moyennes empiriques** respectives sont notées $\bar{X}_i = (N_i)^{-1} \sum_{n(i)=1}^{N(i)} X_{i,n(i)}$ (cf **problème à plusieurs échantillons**). Les symboles $n(i)$ et $N(i)$ désignent resp, par commodité, les indices n_i et N_i . On note enfin $X = (X_1, \dots, X_N)$ (avec $N = N_1 + N_2$) l'échantillon d'ensemble mis dans un ordre quelconque.

Lorsque X^2 est donné (ie à X^2 fixé), il existe $C_N^{N(1)}$ façons différentes et équiprobables de partitionner X selon le schéma (X^1, X^2) .

Le test de l'**hypothèse de base** :

$$(1) \quad H_0 : \mu_2 = \mu_1 \quad (\text{égalité des moyennes})$$

peut donc se baser sur une **statistique** tq la suivante (parfois appelée **statistique de E.J.G. PITMAN**) :

$$(2) \quad D_{N(1)N(2)} = \bar{X}_1 - \bar{X}_2,$$

qui mesure la différence (« divergence » moyenne, ou « **écart** » moyen) entre les **populations** d'où sont extraits les échantillons. Ces populations sont représentées resp par les **fonctions de répartition** F_i ($i = 1, 2$).

(ii) Le **test de E.J.G. PITMAN** consiste à accepter H_0 si $D_{N(1)N(2)}$ est « voisin » de zéro (échantillons concordants), à la refuser sinon (échantillons discordants).

La **loi de probabilité** de $D_{N(1)N(2)}$ étant connue, une **région critique** du test, pour un **niveau** donné $\alpha \in]0, 1[$, est de la forme :

$$(3) \quad w = [D_{N(1)N(2)} > q_{1-\alpha}],$$

où $q_{1-\alpha}$ est le **quantile** d'ordre $1 - \alpha$ de la loi en question.

(iii) Ce test peut s'étendre au problème à plusieurs échantillons en considérant les différentes façons équiprobables de partitionner X selon $(X^1, \dots, X^k)$.