

## TEST DE PERMUTATION (B2, I2)

(11 / 10 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit  $(\mathcal{X}, \mathcal{B}, \mathcal{P}^X)$  un **modèle image** non paramétré,  $\varphi : \mathcal{X} \mapsto ]0, 1[$  un **test mixte**,  $H_0 : P^X \in \mathcal{P}_0^X$  une **hypothèse statistique** (avec  $\mathcal{P}_0^X \subset \mathcal{P}^X$ ) et  $\alpha \in ]0, 1[$  un seuil critique donné. On suppose que  $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$  est un espace produit de la forme  $(\mathcal{X}_0^N, \mathcal{B}_0^{\otimes N})$ , que  $X = (X_1, \dots, X_N)$  est l'**échantillon** correspondant, et que  $X^{(\cdot)}$  est l'échantillon ordonné associé à  $X$ , ce qui suppose  $\mathcal{X}_0$  totalement ordonné (en pratique,  $\mathcal{X}_0 = \mathbf{R}$ ) (cf **statistique d'ordre**).

On dit que  $\varphi$  est un **test de permutation** ssi  $\varphi$  est un **test à structure de NEYMAN** relatif à  $X^{(\cdot)}$ , ie ssi :

$$(1) \quad \forall P^X \in \mathcal{P}_0^X, \quad E_{P^X}(\varphi / X^{(\cdot)}) = \alpha, \quad P^X\text{-p.s.},$$

où  $P^X$  désigne (par commodité)  $P^X$ .

(ii) Les test de permutation jouent un rôle particulier en **Statistique non paramétrique** ou dans l'étude des **statistiques affranchies**. Ils interviennent alors notamment sous forme de **test de rang**.

(iii) L'expression de **test de permutation** vient du fait qu'il existe  $N!$  échantillons ordonnés possibles pour un échantillon donné  $X$  (échantillons ordonnés équiprobables).