TEST DES RANGS SÉQUENTIELS (E, F6, I2)
(04 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

Le **test des rangs séquentiels** est un **test non paramétrique** qui permet de vérifier qu'une suite indépendante est constituée de **va** possédant la même **loi** (**équidistribution**) (cf **échantillon équidistribué**, **suite équidistribuée**).

(i) Soit $(\Omega, \mathscr{T}, \mathscr{P})$ un **modèle statistique** et $X = (X_1 ,..., X_N)$ une **suite indépendante** constituée des **vars** $X_n : \Omega \mapsto \mathbf{R}$ (n = 1,..., N).

On appelle **suite des rangs séquentiels** associée à X la suite $R = (R_1 ,..., R_N)$ constituée des entiers R_n définis par :

$$(1) \quad \begin{cases} R_1 = 1, \\ R_n = \Sigma_{\alpha=1}^{n} \ u\,(X_n - X_\alpha), \quad \forall\ n = 2 ,..., N, \end{cases}$$

où u désigne la **fonction de HEAVYSIDE**.

On veut tester l'**hypothèse de base** (d'équidistribution) :

(2) $H_0 : P^{X(1)} = ... = P^{X(N)}$,

dans laquelle $P^{X(n)}$ désigne la loi de X_n (variable notée par commodité X(n)).

L'**hypothèse alternative** est une alternative de tendance tq (eg) :

(3) H_1 : X est stochastiquement croissante (cf **croissance stochastique**),

ie $\alpha < \beta \Rightarrow F_\alpha \geq F_\beta$, ou F_n désigne la **fonction de répartition** (théorique) associée à $P^{X(n)}$ ($\forall$ n = 1 ,..., N).

Le test est basé sur la propriété suivante :

(a) pour toute fonction $s_N : (\mathbf{N}_N^*)^M \mapsto \mathbf{R}$ tq $1 \leq M \leq N$, supposée croissante en chacun de ses arguments et définissant la **statistique** $S_N = s_N (R_1 ,..., R_N)$;

(b) pour toute probabilité $P_0 \in \mathscr{P}_0$, où $\mathscr{P}_0$ est la sous-famille des éléments de $\mathscr{P}$ dont les images resp par les X_n vérifient l'hypothèse :

(4) $H_0 : P_0^{X(1)} = ... = P_0^{X(N)}$;

(c) pour toute probabilité $P_1 \in \mathscr{P}_1$, où $\mathscr{P}_1$ est la sous-famille des éléments de $\mathscr{P}$ dont les images resp par les X_n vérifient l'hypothèse H_1 indiquée en (3) ;

on a :

$$(5)\qquad P_0([S_N \geq c]) \leq P_1([S_N \geq c]), \qquad \forall c \in \mathbf{R}.$$