THÉORÈME DE BASU (D1, G5)
(27 / 08 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Le **théorème de BASU** établit une propriété reliant **exhaustivité**, **liberté**, **totalité** et **indépendance** pour des **statistiques**.

(i) Soit ($\mathscr{X}$, $\mathscr{B}$, $(P_\theta^X)_{\theta \in \Theta}$) un **modèle image**, ($\mathscr{Y}$, $\mathscr{C}$) et ($\mathscr{Z}$, $\mathscr{D}$) deux **espaces mesurables** auxiliaires, r : $\mathscr{X} \mapsto \mathscr{Y}$ et s : $\mathscr{X} \mapsto \mathscr{Z}$ deux **applications mesurables** (ou statistiques) définissant les statistiques :

$$(1) \quad \begin{cases} E = r(X), \\ S = s(X), \end{cases}$$

basées sur l'**échantillon aléatoire** X.

Le **théorème de D. BASU** exprime que, si R est une **statistique exhaustive** totale pour θ (cf **statistique totale**), et si la **loi** de S ne dépend pas de θ, alors R et S sont indépendantes (cf **indépendance stochastique**).

(ii) On dit que S est une **statistique libre**, ou parfois une **statistique ancillaire**.

(iii) La réciproque du théorème est vraie : si une statistique S est indépendante d'une statistique exhaustive R, alors S est libre (cf **statistique libre**).