THÉORÈME DE BERRY (E1, N)

(i) Soit $(\Omega, \mathscr{T}, P)$ un **espace probabilisé** et $X = (X_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ une **suite indépendante** constituée de **vars** $X_n : \Omega \mapsto \mathbf{R}$.

On suppose que :

(a) X est une suite de carré intégrable, ie $X_n \in \mathscr{L}_{\mathbf{R}}^2 (\Omega, \mathscr{T}, P)$, $\forall\, n \in \mathbf{N}^*$, tq :

(1) $E\, X_n = 0, \quad V\, X_n = \sigma_n^2, \quad \forall\, n \in \mathbf{N}^*.$

On pose alors :

(2)
$$T_N = \Sigma_{n=1}^N X_n, \qquad \forall\, N \in \mathbf{N}^*,$$
$$V\, T_N = \Sigma_{n=1}^N \sigma_n^2 = \sigma^2(N), \qquad \forall\, N \in \mathbf{N}^*;$$

(b) $M = (M_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ est une **suite** positive tq $|X_n| \leq M_n$ pour tout $n \in \mathbf{N}^*$.

On pose alors :

(3) $M(N) = \max_{n=1}^N M_n$.

Le **théorème de A.C. BERRY** affirme l'existence d'une **constante** c tq l'**inégalité de A.C. BERRY** suivante soit vérifiée :

(4) $P\, ([T_N \geq t\, .\, \sigma(N)])\, (t) \leq 1 - \Phi\, (t) + c\, .\, \{M(N) / \sigma(N)\}, \quad \forall\, t \in \mathbf{R},$

où Φ désigne la **fonction de répartition** de la **loi normale réduite** $\mathscr{N}(0, 1)$.

La constante c # 1,88 est donc majorée par 2.

(ii) Le théorème précédent est étroitement lié au **théorème de la limite centrale**, à la **loi des grands nombres** et à l'**approximation des lois** relatives à la somme de **va** (cf **théorème de BERRY-ESSÉEN** pour une propriété de nature comparable).

Il est notamment utilisé en **théorie des processus** et s'exprime sous une forme analogue lorsqu'on ne suppose plus les variables centrées (ie que $E\, X_n = 0$).