THÉORÈME DE CAMPBELL (C7, N2)
(25 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

Le théorème de CAMPBELL est une propriété, à caractère « technique », utilisée en **théorie des processus** (processus de POISSON).

(i) Soit $X = (X_t)_{t \in T}$ un **processus stochastique** réel scalaire en **temps** continu ($T = \mathbf{R}$), $(T_n)_{n \in \mathbf{N}}$ une suite croissante de **vars** associée à un **processus de POISSON** homogène de paramètre $\alpha \in \mathbf{R}_+^*$ (**taux moyen d'occurences** d'**événements** par unité de **temps**) et $Y = (Y_n)_{n \in \mathbf{N}}$ une **suite iid** selon la **loi** P^ξ d'une **variable parente** donnée $\eta : \Omega \mapsto \mathbf{R}$.

On suppose que X admet la « représentation » suivante :

(1) $X_t = \Sigma_{n \in \mathbf{N}} \; w\,(t - T_n)\, Y_n$,

dans laquelle $w : \mathbf{R} \mapsto \mathbf{R}$ est une **fonction numérique** mesurable donnée (cf **application mesurable**).

Le **théorème de G.A. CAMPBELL** affirme alors que tout **cumulant** d'ordre $j \in \{1, ..., p\}$ de la loi $\mathscr{L}(X_t)$ de X_t peut s'écrire sous la forme :

(2) $K_j = \alpha \,.\, (E\,\eta^j) \,.\, \int_{\mathbf{R}} (w\,(u))^j\, du$,

ssi $\eta \in \mathscr{L}_{\mathbf{R}}{}^p\,(\Omega, \mathscr{T}, P)$ et $w \in \mathscr{L}_{\mathbf{R}}{}^p\,(\mathbf{R}, \mathscr{B}_{\mathbf{R}}, \lambda_1)$, où $(\Omega, \mathscr{T}, P)$ désigne l'**espace probabilisé** fondamental qui sous-tend ces processus, $\mathscr{B}_{\mathbf{R}}$ la **tribu borélienne** de **R** et λ_1 la **mesure de LEBESGUE** de **R**.