THÉORÈME DE DARMOIS (C7, D1, E)
(13 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $(\Omega, \mathscr{T}, P)$ un **espace probabilisé** et $X = (X_1, ..., X_N)$ une **suite** de **vars** $X_n : \Omega \mapsto \mathbf{R}$. On suppose que X est une **suite indépendante** et que les variables X_n, dont les **lois de probabilité** respectives sont notées $P^{X(n)}$, sont de carré intégrable, pour tout $n \in \mathbf{N}$.

Le **théorème de G.E. DARMOIS**, parfois appelé **théorème de G.E. DARMOIS - V.P. SKITOVICH**, affirme que, pour que $P^{X(n)} = \mathscr{N}_1 (\mu_n, \sigma_n^2)$ (**loi normale**), pour tout n = 1,..., N, il suffit que les **formes linéaires** a' X et b' X soient des vars indépendantes $\forall$ a $\in \mathbf{R}^N$ et $\forall$ b $\in \mathbf{R}^N$ tq $a_n b_n \neq 0$ (pour tout n = 1,..., K) (cf **indépendance**). On note ici les vecteurs X, a et b en vecteur colonnes.

(ii) On appelle encore **théorème de G.E. DARMOIS** la propriété suivante. Soit ξ et η deux va éléments de $\mathscr{L}_{\mathbf{R}}^2 (\Omega, \mathscr{T}, P)$, indépendantes entre elles (cf **indépendance**) et de même **loi** (ie $P^\eta = P^\xi$).

Si les va suivantes :

(1) $\sigma = \xi + \eta$ et $\delta = \xi - \eta$

sont indépendantes, alors ξ et η sont des va de GAUSS - LAPLACE (ie leurs lois sont normales). Autrement dit, il existe un couple $(\mu, \sigma^2) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R}_+^*$ tq $P^\xi = \mathscr{N}(\mu, \sigma^2)$.