THÉORÈME DE DUGUÉ (C5, E)
(03 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

Soit $(\Omega, \mathcal{T}, P)$ un **espace probabilisé** et $X = (X_n)_{n \in \mathbf{N}}$ une **suite** de **variables aléatoires** réelles. On note $\varphi = (\varphi)_{n \in \mathbf{N}}$ la suite des **fonctions caractéristiques** associées à leurs **lois** respectives $P^{X(n)} = X_n(P)$, $\forall n \in \mathbf{N}$, (où $X(n)$ désigne X_n).

Si φ tend (simplement) vers une fonction φ_∞ (ie s'il existe φ_∞ tq $\varphi_\infty = \lim_n \varphi_n$) (cf **convergence simple**), le **théorème de D. DUGUÉ** réside dans la propriété suivante :

(1) $X_n \to^{\mathscr{L}}{}_{n \to \infty} X_\infty \Leftrightarrow$ Ré φ_∞ = Ré $(\lim_n \varphi_n)$ est continue en $t = 0$.

(équivalence entre **convergence en loi** de la suite X et continuité à l'origine de la **fc** asymptotique).

De plus, la fc de X_∞ est identique à la fc limite, ie :

(2) $\varphi_\infty = \varphi_{X(\infty)}$,

où $\varphi_{X(\infty)}$ désigne la fc de la variable X_∞ .