

THÉORÈME DE FARKAS - MINKOWSKI (A11)

(12 / 06 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Le **théorème de FARKAS - MINKOWSKI** est un théorème de base en **programmation linéaire**. Ce résultat exprime la propriété selon laquelle, si une inéquation linéaire se déduit d'autres inéquations linéaires, elle n'est autre chose qu'une combinaison linéaire de ces dernières (la réciproque est trivialement vraie). Il constitue un test de cohérence des **contraintes** linéaires du problème.

Soit $A \in M_{mn}(\mathbf{R})$ et $b \in \mathbf{R}^m$.

Le **théorème de J. FARKAS - H. MINKOWSKI** exprime que :

(a) ou bien il existe un vecteur $y \in \mathbf{R}_+^m$ tq $A y = b$;

(b) ou bien il existe un vecteur $x \in \mathbf{R}^m$ tel que $x' A \geq 0$ et $x' b < 0$.

Dans ce qui précède, on note (cf **inégalité vectorielle**) :

(a) $z \geq 0$ pour signifier que $z_i \geq 0$ pour toute coordonnée z_i de z ;

(b) $z > 0$ pour signifier que $z_i \geq 0$ avec au moins une coordonnée $x_{i(0)}$ de z tq $x_{i(0)} > 0$ (où $i(0)$ désigne, par commodité, i_0).