

THÉORÈME DE KHINTCHINE - KOLMOGOROV (E1)

(27 / 09 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Le **théorème de KHINTCHINE - KOLMOGOROV** est un théorème de **convergence forte** pour une suite de va ou pour un processus.

(i) Soit $X = (X_n)_{n \in \mathbf{N}}$ une **suite de variables aléatoires** ou un processus en **temps discret** tq $X_n \in \mathcal{L}_{\mathbf{R}^2}(\Omega, \mathcal{F}, P), \forall n \in \mathbf{N}$, avec :

$$(1) \quad \begin{aligned} E X_n &= 0, \\ V X_n &= \sigma_n^2, \quad \forall n \in \mathbf{N}. \end{aligned}$$

Le **théorème de A.K. KOLMOGOROV - A.Y. KHINTCHINE** consiste alors en l'implication suivante :

$$(2) \quad \sum_{n \in \mathbf{N}} \sigma_n^2 < +\infty \quad \Rightarrow \quad \sum_{n \in \mathbf{N}} X_n < \infty \quad (\text{ie } X \text{ converge P-p.s.}).$$

(ii) Autrement dit, il existe une va (éventuellement dégénérée) S_∞ tq : $\sum_{n \in \mathbf{N}} X_n = S_\infty$ (P-presque sûrement) (cf **variable dégénérée**).