

THÉORÈME DE LAPLACE - MOIVRE (C7, E1)

(08 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

Le **théorème de LAPLACE - MOIVRE** constitue une forme élémentaire du **théorème de la limite centrale**.

Soit $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ un **espace probabilisé**, $\xi : \Omega \mapsto \{0, 1\}$ une **variable indicatrice** (ou **variable de BERNOULLI**) de **loi** :

$$(1) \quad P^\xi = p \delta_1 + q \delta_0 ,$$

où $0 < p < 1$, $p + q = 1$ et δ_x désigne la **loi de DIRAC** chargeant le point $x \in \{0, 1\} = N_1$. On considère une **suite iid** $X = (X_n)_{n \in \mathbf{N}^*}$ constituée de **copies** indépendantes et équidistribuées comme leur **variable parente** ξ . On pose, $\forall N \in \mathbf{N}^*$:

$$(2)' \quad T_N = \sum_{n=1}^N X_n .$$

Par suite, $\mu_N = E T_N = N p$, et $\sigma_N^2 = V T_N = N p q$ (cf **loi binômiale**).

Alors, pour tout couple $(a, b) \in \mathbf{R}^2$ tq $a < b$, le **théorème de P.S. de LAPLACE - A. de MOIVRE**, aussi appelé **théorème de P.S. de LAPLACE**, s'exprime selon :

$$(3) \quad \lim_{N \rightarrow +\infty} P \{a < \sigma_N^{-1} (T_N - \mu_N) < b\} = \Phi(b) - \Phi(a),$$

où Φ est la **fonction de répartition** de la **loi normale réduite** $\mathcal{N}(0, 1)$.