THÉORÈME DE NADARAYA (C5, H3)

(08 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

On considère le **problème d'estimation** de la **densité** par la **méthode du noyau**, et l'on suppose que :

(a) la densité f à estimer est uniformément continue (cf **application uniformément continue**) ;

(b) le **noyau** p utilisé est à variation bornée (cf **fonction à variation bornée**) ;

(c) la suite $(h_N)_{N \in \mathbf{N}^*}$ des **largeurs de bande** (à valeurs dans $\mathbf{R}_+^*$) vérifie la condition :

$$(1) \quad \sum_{N \in \mathbf{N}^*} \exp(-\gamma N h_N^2) < +\infty, \quad \forall \gamma > 0.$$

Le **théorème de E.A. NADARAYA** affirme alors que l'**estimateur par le noyau** $f_N^{\sim}$ de f converge P-p.s. vers f pour la **topologie** de la **convergence uniforme** définie sur l'ensemble des densités absolument continue sur $\mathbf{R}$ (cf **fonction absolument continue**), ie :

$$(2) \quad \sup_{x \in \mathbf{R}} |f_N^{\sim}(x) - f(x)| \xrightarrow{N \rightarrow +\infty} 0 \quad (\text{P-p.s.}).$$

Ce théorème exprime ainsi la convergence uniforme de l'estimateur par le noyau vers la « vraie densité » de probabilité.