

THÉORIE DU SIGNAL (G6, N12)

(09 / 10 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

La **théorie du signal** a pour objet principal de « décomposer » un **signal perçu**, aussi appelé **signal brut** ou **message**, entre :

- (a) l'**émetteur** du signal ;
- (b) un **signal « utile »**, ou **signal « pur »**, ou encore signal « interprétable » ;
- (c) un **bruit « perturbateur »**, considéré comme un signal collatéral « nuisible » (brouillage, etc) ;
- (d) un **récepteur** du signal.

Le signal brut circule, de façon générale, au sein d'un **système d'observation** (ou système « d'échanges » de l'information) et se relie aussi à la notion de **réseau**.

Par suite, la **théorie statistique du signal** est souvent associée à celle de l'**information** (cf **théorie de l'information**).

(i) De façon formelle, on peut noter :

$$(1) \quad S_b = f(S_u, S_n),$$

où S_b désigne le signal brut, S_u le signal utile et S_n le signal nuisible, f étant une fonction, a priori indéfinie, reliant ces flux.

Cette forme générale peut être spécifiée davantage. En effet, f est souvent additive, ie (cf **additivité**) :

$$(2) \quad S_b = S_u + S_n.$$

Un message (aléatoire) peut alors souvent s'analyser comme un **processus stochastique** (signal) dont on observe le « déroulement » au cours du temps (ie une **trajectoire**), ce processus étant perturbé par un autre processus (bruit), chacun des deux processus étant considéré comme **inobservable**, d'où l'**équation d'évolution** dans un **ensemble d'états** (cf **espace des états**) :

$$(3) \quad S_b(t) = f(S_u(t), S_n(t)), \quad \forall t \in T,$$

où T est l'ensemble du **temps**, et où $(S_b(t))_{t \in T}$, $(S_u(t))_{t \in T}$ et $(S_n(t))_{t \in T}$ sont les trois processus de base de la théorie, à valeurs resp dans des ensembles \mathcal{B} , \mathcal{U} et \mathcal{N} (cf aussi **espace des états**, **espace des temps**).

(ii) Il existe plusieurs **méthodes de décomposition** du signal « perçu » entre le signal « vrai » et le bruit.

Les principaux outils de la théorie du signal sont notamment la **théorie des processus**, la théorie du **filtrage** (eg **filtre de KALMAN**), l'**analyse spectrale** (**transformation de FOURIER**, etc) et l'**analyse harmonique**, ou parfois la théorie des **distributions de SCHWARTZ**.

Les méthodes de **reconnaissance des formes** interviennent aussi de façon naturelle (reconnaissance d'un signal).

Les **procédures statistiques** sont souvent celles utilisées pour l'analyse des **séries temporelles** : **modèle de régression multiple**, **modèle autorégressif**, etc. En effet, le signal utile peut, lui-même, être interprété comme une information apportée par une liste ξ constituée de **variables exogènes**, tandis que le signal perturbateur est interprété comme une **perturbation aléatoire** ; le signal brut est alors considéré comme une **variable endogène** du modèle de régression.