**THÉORIE ERGODIQUE (A5, N)**
(09 / 10 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

La **théorie ergodique** s'intéresse à l'étude de l'évolution d'un **système aléatoire** représentable, notamment, sous la forme d'un **processus stochastique**. Les concepts de base de la théorie sont la propriété d'**ergodicité** et la notion de **mesure ergodique**. Le résultat fondamental de la théorie est le **théorème ergodique**. Il en existe plusieurs versions : **théorème ergodique maximal**, **théorème ergodique pour des chaînes de MARKOV** (cf **chaîne de MARKOV ergodique**), etc.

(i) Le cadre mathématique de la théorie ergodique peut être présenté comme suit. On considère un **espace vectoriel** E sur un corps **K** où **K** = **R** (resp **K** = **C**), et un **opérateur linéaire** f $\in$ End (E) (**endomorphismes**) sur E.

En notant $f^0 = id_E$ l'**application identique** de E, l'opérateur :

(1) $\overline{f}_n = (n + 1)^{-1} . (f^0 + f^1 + ... + f^n) \in$ End (E),

dans lequel $f^i$ (i = 1 ,..., n) représente l'itéré i fois du produit de composition de f avec lui-même (i-ième puissance de composition de f), définit une suite $\overline{f} = ( \overline{f}_n )_{n \in \mathbf{N}}$ .

L'objet de la théorie ergodique est l'étude de cette suite dans l'espace End (E), ce qui suppose notamment définie une **topologie** sur cet espace.

(ii) En pratique, la topologie en question est souvent induite sur End (E) par une topologie préalablement définie sur E. Par exemple, on peut supposer que E est un **espace de HILBERT** et f un **opérateur borné**. La topologie précédente permet aussi de définir une **structure** mesurable (**tribu de parties**, le plus souvent), à partir desquelles la théorie peut devenir statistique.

(iii) La théorie ergodique connaît ainsi des applications importantes :

(a) en **théorie des jeux** (« battage » d'un jeu de cartes, etc) ;

(b) en **théorie des processus** ;

(c) dans l'analyse des **séries temporelles**.