TOPOLOGIE DE SKOROHOD (A4, A10, N)
(09 / 10 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit $\mathcal{D} = \mathcal{D}([0, 1])$ l'espace des fonctions f : $[0, 1] \mapsto$ **R** continues à droite et possédant une limite à gauche (cf **fonction cadlag**), ie tq, $\forall$ t $\in$]0, 1] :

$(0)_a$ $\quad f(t+) = f(t)$,

$(0)_b$ $\quad f(t-) < \infty$.

Soit $\Phi = \Phi([0, 1])$ l'ensemble des fonctions $\varphi : [0, 1] \mapsto [0, 1]$ continues, strictement croissantes et tq :

$(0)_c$ $\quad \varphi(0) = 0$ et $\varphi(1) = 1$.

On définit sur $\mathcal{D}$ la **distance** suivante :

(1) $\quad d(f, g) = \inf\{\varepsilon > 0 : \exists\, \varphi \in \Phi \text{ tq } \sup_{t \in [0,1]} A(t) \leq \varepsilon \text{ et } \sup_{t \in [0,1]} B(t) \leq \varepsilon\}$,

où $A(t) = |\varphi(t) - t|$ et $B(t) = |f(t) - g(\varphi(t))|$.

On appelle alors **topologie de A.V. SKOROHOD** (alias **SKOROKHOD**) la **topologie** définie sur $\mathcal{D}$ par la métrique d.

(ii) ($\mathcal{D}$, d) n'est pas un **espace complet**.

Une autre **métrique** δ, équivalente à d, rend le couple ($\mathcal{D}$, δ) complet. On définit ainsi la norme :

(2) $\quad ||\varphi|| = \sup_{s \neq t} |C_\varphi(s, t)|, \quad \forall\, \varphi \in \Phi$,

avec $C_\varphi(s, t)| = \text{Log}\,\{(t - s)^{-1}(\varphi(t) - \varphi(s)\}$, puis on définit δ selon :

(3) $\quad \delta(f, g) = \inf\{\varepsilon > 0 : \exists\, \varphi \in \Phi \text{ tq } ||\varphi|| \leq \varepsilon \text{ et } \sup_{t \in [0,1]} |f(t) - g(\varphi(t))| \leq \varepsilon\}$.