

TOPOLOGIE FORTE (A3, A4)

(09 / 10 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Notion classique de **topologie**, la topologie forte est définie sur le **dual topologique** d'un espace vectoriel topologique.

Soit E un **espace vectoriel topologique** sur le corps \mathbf{K} (avec $\mathbf{K} = \mathbf{R}$ ou $\mathbf{K} = \mathbf{C}$), et soit E' son dual topologique. On suppose E localement convexe (et séparé) (cf **convexité, espace séparé**).

On appelle **topologie forte** sur E' la topologie de la **convergence uniforme** sur les **parties bornées** de E , ie la topologie associée à la convergence uniforme des **suites** de **formes linéaires** continues sur E .

Si $f = (f_n)_{n \in \mathbf{N}}$ est une suite d'éléments $f \in E'$, la **topologie forte** est définie par :

$$(1) \quad f_n \rightarrow^u f_\infty \Leftrightarrow \lim_n \sup_{x \in B} |f_n(x) - f_\infty(x)| = 0,$$

pour toute partie bornée $B \subset E$.

Elle est aussi définie par la famille des **semi-normes** $x \in E \mapsto \sup_{x \in B} |f(x)|$, pour toute partie bornée B de E .