TRANSFORMATION DE RANG, TRANSFORMATION D'ORDRE (F6)
(24 / 05 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Une **transformation d'ordre** consiste à remplacer, dans une formule statistique (théorique ou empirique) toute **suite** (resp tout **vecteur aléatoire**) par la suite (resp le vecteur) ordonné(e) qui lui sont associés (cf **relation d'ordre**).

De même, une **transformation de rang** consiste à remplacer, dans une formule statistique (théorique ou empirique), toute suite (resp tout **vecteur aléatoire**) par la suite (resp le vecteur) des **rangs** qui lui sont associés.

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{T}, P)$ un **espace probabilisé** et $X : \Omega \mapsto \mathbf{R}^N$ un vecteur aléatoire réel (**échantillon** ou **statistique**). On note $X = (X_1 ,..., X_N)$, $R = (R_1 ,..., R_N)$ le vecteur des rangs associé (cf **statistique de rang**) et $X^{(.)} = (X^{(1)} ,..., X^{(N)})$ le vecteur ordonné correspondant à X (cf **statistique d'ordre**).

On suppose que $f : \mathbf{R}^N \mapsto \mathbf{R}^Q$ est une **application mesurable** définissant une « formule statistique » (eg **changement de variable aléatoire** ou changement de statistique), et l'on note $Y = f(X)$ le nouveau vecteur aléatoire obtenu (souvent $Q = 1$).

On appelle alors **transformation de rang** sur Y (ou sur f) l'application de $\mathbf{R}^Q$ dans $\mathbf{R}^Q$ définie par :

(1) $\quad Y = f(X) \mapsto U = f(R),$

ie une transformation qui associe à Y le transformé de R par l'application f .

On définit, de même, une **transformation d'ordre** selon :

(2) $\quad Y = f(X) \mapsto V = f(X^{(.)}).$

(ii) A titre d'exemple, si $f(X) = e_N' X / e_N' e_N$, alors $Y = \bar{X}_N$ (**moyenne empirique**) et $f(R) = e_N' R / e_N' e_N = (N+1) / 2$ (moyenne des rangs R_n).

De même, on obtient $f(X^{(.)}) = e_N' X^{(.)} / e_N' e_N = \bar{X}_N$.

(iii) Les transformations précédentes sont typiques des **méthodes non paramétriques** qui sont à la base de certaines **procédures statistiques**.

Elles sont utilisées en **théorie de l'estimation** comme en **théorie des tests** (non paramétriques).

Ainsi, le calcul de la formule (1) est parfois plus simple que celui de $Y = f(X)$, ce qui permet la mise en oeuvre de « **méthodes rapides** ». Le problème qui se pose alors, le plus souvent, consiste à déterminer la **loi de probabilité** de U (resp de V) connaissant celle de X. Des considérations asymptotiques ou combinatoires permettent d'y parvenir.