

TRIBU EXHAUSTIVE (G2, G5)

(04 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ un **modèle statistique** dont la **famille** $\mathcal{P}$ est paramétrée par un ensemble Θ , $\mathcal{P} = (P_\theta)_{\theta \in \Theta}$, et $\mathcal{S}$ une sous-tribu de $\mathcal{F}$.

On dit que $\mathcal{S}$ est une **sous-tribu exhaustive** pour le « **paramètre** » θ ssi l'une des deux conditions suivantes est réalisée :

(a) pour tout $A \in \mathcal{F}$, il existe une détermination de la **probabilité conditionnelle** $P_\theta^{\mathcal{S}}(A) = E_\theta(1_A / \mathcal{S})$ (**espérance conditionnelle** de l'**indicatrice** de A pr à $\mathcal{S}$) qui est indépendante de $\theta \in \Theta$;

(b) pour toute **statistique** réelle scalaire $S : \Omega \mapsto \mathbf{R}_+$ (resp $S \in \mathcal{L}_{\mathbf{R}}^1(\Omega, \mathcal{F}, P)$), il existe une détermination de l'espérance conditionnelle $E_\theta(S / \mathcal{S})$ qui est indépendante de $\theta \in \Theta$. On note ici $E_\theta(S / \mathcal{S})$ l'espérance conditionnelle de S relativement à $\mathcal{S}$, calculée à l'aide de la mesure de probabilité P_θ .

(ii) Si Q est une **probabilité privilégiée**, on montre que $\mathcal{S}$ est exhaustive ssi le **critère d'exhaustivité (pour une sous-tribu)** suivant est vérifié : pour tout $\theta \in \Theta$, il existe une détermination de la **densité** dP_θ / dQ qui est $\mathcal{S}$ -mesurable.