TRIBU IMAGE (A5, C4)
(04 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit (E, $\mathcal{A}$) un **espace mesurable** (où $\mathcal{A}$ est une **tribu de parties** de E), F un **ensemble** quelconque et f : E $\mapsto$ F une **application**.

On appelle **tribu image** (**directe**), ou simplement **tribu image** ou **tribu induite**, par f sur F la tribu de parties $\mathcal{B}$ de F définie par :

(1) $\quad B \in \mathcal{B} \Leftrightarrow f^{-1}(B) \in \mathcal{A}$,

où f^{-1} : F $\mapsto$ E désigne l'**application inverse** de f.

On dit aussi que $\mathcal{B}$ est l'**image** de $\mathcal{A}$ sur F par l'application f.

(ii) En pratique, lorsque (E, $\mathcal{A}$), F et f sont donnés, on considère implicitement que f est une **application mesurable**, ie que f : E $\mapsto$ F est une application ($\mathcal{A}$,$\mathcal{B}$)-mesurable, $\mathcal{B}$ étant la tribu image définie précédemment.

(iii) La définition vaut, notamment, pour une **variable aléatoire**. Ainsi, lorsque (Ω, $\mathcal{T}$) est un **espace probabilisable**, $\mathcal{X}$ un ensemble (d'**observation**) (ie l'ensemble des valeurs observées) et X : Ω $\mapsto$ $\mathcal{X}$ une application, on considère que X est une **va**, ie une application ($\mathcal{T}$,$\mathcal{B}$)-mesurable, la tribu (image) $\mathcal{B}$ étant définie sur $\mathcal{X}$ selon :

(1)' $\quad B \in \mathcal{B} \Leftrightarrow X^{-1}(B) \in \mathcal{T}$.

(iv) Des définitions analogues existent, de façon « duale » aux précédentes, pour définir une tribu image inverse.

Ainsi, on considère un **ensemble** E, un **espace mesurable** (F, $\mathcal{B}$) (où $\mathcal{B}$ est une **tribu de parties** de F) et une **application** f : E $\mapsto$ F.

On appelle **tribu image** (**inverse**), ou parfois aussi **tribu image** ou **tribu induite**, par f sur E la tribu de parties $\mathcal{A}$ de E définie par :

(1) $\quad A \in \mathcal{A} \Leftrightarrow f(A) \in \mathcal{B}$,

On dit aussi que $\mathcal{A}$ est l'**image** de $\mathcal{B}$ sur E par l'application f.