

VALEUR IDENTIFIABLE (D'UN PARAMÈTRE) (C5, G2)

(04 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

La notion d'**identifiabilité** pour le **paramètre** d'un modèle est importante car elle permet de « repérer » la **loi** qui a engendré des **observations**.

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{F}, (P_\theta)_{\theta \in \Theta})$ un **modèle statistique**, $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$ un **espace d'observation** et $X : \Omega \mapsto \mathcal{X}$ une **variable aléatoire** (**échantillon** ou **statistique**). On note $(\mathcal{X}, \mathcal{B}, (P_\theta^X)_{\theta \in \Theta})$ le **modèle image** résultant.

On dit alors que $(P_\theta^X)_{\theta \in \Theta}$ est une **famille de lois identifiable** ssi chaque valeur θ du paramètre du modèle est une **valeur identifiable**, ie une valeur $\theta \in \Theta$ tq :

$$(1) \quad P_\tau^X \neq P_\theta^X, \quad \forall \tau \in \Theta \setminus \{\theta\}.$$

Comme θ parcourt Θ , dire que $(P_\theta^X)_{\theta \in \Theta}$ est une **famille identifiable** équivaut à dire que $\theta \mapsto P_\theta^X$ est une **application injective**.

(ii) Lorsque Θ est muni d'une **topologie** séparée $\mathcal{O}(\Theta)$, on dit que la valeur θ du paramètre est une **valeur localement identifiable** ssi il existe un **voisinage** V_θ de θ tq :

$$(2) \quad P_\tau^X \neq P_\theta^X, \quad \forall \tau \in V_\theta \setminus \{\theta\}.$$

Comme précédemment, ceci revient à dire que la **restriction** à V_θ de l'application $\theta \mapsto P_\theta^X$ est injective. Cette situation apparaît eg dans le cas du **modèle non linéaire**.

(iii) Si la **matrice d'information** $I(\theta)$ est définie (cf **information de FISHER**), ce qui est le cas lorsque $\Theta \subset \mathbf{R}^Q$, et si celle-ci vérifie $\text{rg } I(\theta) = \dim \mathbf{R}^Q = Q$ (ou $\det(I(\theta)) \neq 0$), alors le paramètre θ est localement identifiable.

Par ailleurs, si Θ est un **ouvert** de \mathbf{R} et si $(P_\theta^X)_{\theta \in \Theta}$ est une **famille exponentielle**, alors le **modèle exponentiel** associé est identifiable si :

$$(3) \quad \text{rg } I(\theta) = Q, \quad \forall \theta \in \Theta.$$