

VARIABLE BOCHNER - INTÉGRABLE (A5, C1, N12)

(05 / 12 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ un **espace probabilisé**, $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$ un **espace de BANACH** réel (muni de sa **tribu borélienne** $\mathcal{B}$) et $\xi : \Omega \mapsto \mathcal{X}$ une **application** donnée.

On dit que ξ est une **variable aléatoire au sens de A. BECK** ssi :

(a) ξ est une application $(\mathcal{F}, \mathcal{B})$ -mesurable ;

(b) il existe un sous-**espace séparable** $\mathcal{Z}$ de $\mathcal{X}$ tq :

(1) $\xi(\Omega) \subset \mathcal{Z}$.

(ii) On dit alors que ξ est une **variable (aléatoire) intégrable au sens de S. BOCHNER**, ou une **variable BOCHNER-intégrable**, ou encore une **variable fortement intégrable** (voire simplement une **variable intégrable**), pr à P ssi sa **norme** est P -intégrable, ie ssi :

$$(2) \quad \int \|\xi\| dP = \int_{\Omega} \|\xi(\omega)\| dP(\omega) < \infty.$$

La fonctionnelle $\xi \mapsto \int \|\xi\| dP$ définie à partir de (2) est alors appelée **intégrale de S. BOCHNER**.

On note $L_{\mathcal{X}}(\Omega, \mathcal{F}, P)$ l'espace des (classes de) variables aléatoires BOCHNER-intégrables.

(iii) On montre que, si ξ est BOCHNER-intégrable, alors elle est PETTIS-intégrable (cf **intégrale de PETTIS**, **variable PETTIS-intégrable**).