VARIABLE ASYMPTOTIQUE (E, N)

(09 / 10 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ un **espace probabilisé**, $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$ un **espace mesurable** et $X = (X_n)_{n \in \mathbf{N}}$ une **suite de variables aléatoires** $X_n : \Omega \mapsto \mathcal{X}, \forall n \in \mathbf{N}$. On note $\mathcal{F}_n = \sigma(X_\alpha : \alpha \leq n)$ la sous-tribu de $\mathcal{F}$ engendrée par la suite extraite $(X_\alpha)_{\alpha \leq n}$ et $\mathcal{F}_\infty = \bigcap_{n \in \mathbf{N}} \mathcal{F}_n$ la **tribu asymptotique** associée à X .

On appelle alors **variable aléatoire asymptotique** toute application $\mathcal{F}_\infty$ - mesurable $X_\infty : \Omega \mapsto \mathcal{X}$.

(ii) Cette notion se trouve notamment dans la **loi un-zéro de KOLMOGOROV**. Celle-ci affirme que si $(\mathcal{X}, \mathcal{B}) = (\mathbf{R}, \mathcal{B}_{\mathbf{R}})$ et si X est une **suite indépendante**, alors toute variable asymptotique X_∞ est P-presque sûrement **constante**, ie est une **variable dégénérée** : $P(A) \in \{0, 1\}, \forall A \in \mathcal{F}_\infty$.