

VARIABLE D'ÉCART (A1, C1, C2, G5)

(05 / 12 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Une **variable d'écart** est une mesure de la différence entre deux variables (cf aussi **écart**). Ces dernières sont généralement des **variables quantitatives**.

(i) En **programmation mathématique**, une **variable d'écart** est une variable « supplémentaire » destinée à ramener des inégalités à des égalités.

Ainsi, le programme $\{(1)_a, (1)_b\}$ suivant :

$$(1)_a \quad \max f(x)$$

sous les contraintes générales :

$$x \in \mathbf{R}_+^n$$

$$(1)_b \quad g_1(x) = 0,$$

$$g_2(x) \leq 0$$

dans lequel $f : \mathbf{R}^n \mapsto \mathbf{R}$, $g_1 : \mathbf{R}^n \mapsto \mathbf{R}^{m(1)}$ et $g_2 : \mathbf{R}^n \mapsto \mathbf{R}^{m(2)}$ (avec $m_1 + m_2 \leq n$), peut s'écrire, de façon équivalente :

$$x \in \mathbf{R}_+^n, u \in \mathbf{R}_+^{m(2)},$$

$$(2) \quad g_1(x) = 0,$$

$$g_2(x) + u = 0.$$

On a noté $m(i)$ pour désigner m_i ($i = 1, 2$).

Cette propriété explique l'écriture du programme précédent sous la **forme « standard »** suivante :

$$\max F(y)$$

(3)

$$\text{sous } G(y) = 0, \quad \text{avec } y \in \mathbf{R}_+^{n+m(2)}.$$

Le vecteur u est appelé **vecteur d'écart**, et ses coordonnées u_i ($i = 1, \dots, m$) **variables d'écart**.

Le procédé augmente le nombre d'« inconnues » du programme, mais facilite sa résolution, les inéquations étant remplacées par des équations.

(ii) En **Statistique**, on appelle parfois (aussi) **variable d'écart** une **variable centrée**.

(iii) La notion d'écart pour des **variables qualitatives** nécessite l'introduction d'une notion de **fonction d'écart**. Ainsi, on peut comparer deux variables η_i à valeurs resp dans $\mathcal{Y}_i = \{y_{i1}, \dots, y_{iM(i)}\}$ ($i = 1, 2$) à l'aide d'une fonction $c : \mathcal{Y}_1 \times \mathcal{Y}_2 \mapsto E$, où (E, \leq) est un ensemble ordonné (eg $E = \mathbf{R}$). Ceci suppose que $M_2 = M_1$ et que c vérifie des conditions adaptées : eg $c(\eta_1, \eta_1) = 0$ (l'écart entre η_1 et elle-même est « nul »).