VARIABLE INDICATRICE (C1)
(05 / 12 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Une **variable indicatrice** est une **variable aléatoire** élémentaire, qui intervient fréquemment en **Statistique** (cf aussi **variable binaire**).

(i) Soit (Ω, $\mathcal{T}$, P) un **espace probabilisé** et A $\in \mathcal{T}$ une **partie mesurable** donnée.

On appelle **variable indicatrice** de A, ou **variable de J. BERNOULLI** relative à A, ou encore **variable dichotomique** relative à A, la variable aléatoire $\iota : \Omega \mapsto \mathbf{R}$ définie par :

$$(1) \qquad \iota(\omega) = \begin{cases} 1 \text{ ssi } \omega \in A, \\ 0 \text{ ssi } \omega \in A^c = \Omega \setminus A. \end{cases}$$

La variable indicatrice ι précédente est souvent notée $\mathbf{1}_A$, ou I (A), ou encore parfois φ (A).

(ii) Une variable indicatrice $\mathbf{1}_A$ admet pour **loi de probabilité** la **loi de BERNOULLI**, parfois appelée **loi indicatrice**.

Si l'on pose p = P (A) et q = 1 - p, cette loi P^{ξ} n'est autre que $\mathcal{B}$ (1, p) (**loi binômiale** de paramètres n = 1 et p). Sa **fonction de répartition** s'écrit :

$$(2) \qquad F(x) = \mathbf{1}_{]0,1]}(x) \,.\, q + \mathbf{1}_{]1,+\infty[}(x), \qquad \forall x \in \mathbf{R}.$$

(iii) Les variables indicatrices sont souvent associées à des variables qualitatives (**codage**), eg en **analyse de la variance**, en **analyse de la covariance**, en **analyse des données** (tableaux de contingence, tableaux disjonctifs, etc).

Ainsi, à toute **variable qualitative** (ou un **facteur qualitatif**) $\eta : \Omega \mapsto \mathcal{Y}$ comportant M « valeurs », ou **modalités**, y_1 ,..., y_M , on peut associer M variables indicatrices ξ_m (m = 1,..., M) selon :

$$(3) \qquad \begin{cases} \eta(\omega) = y_m \Rightarrow \xi_m(\omega) = 1, \\ \eta(\omega) \neq y_m \Rightarrow \xi_m(\omega) = 0, \end{cases} \qquad \forall \omega \in \Omega.$$

Autrement dit, on peut écrire η sous la forme « décomposée » suivante :

$$(4) \qquad \eta = \Sigma_{m=1}^{M} \xi_m .$$