

## VARIABLE LATENTE (G, J, K, K12)

(19 / 05 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

(i) De façon générale, on appelle **variable latente** une **variable statistique** ou une **variable aléatoire**, par nature **inobservable**, sensée intervenir au sein d'un **phénomène** donné. On parle aussi de **variable cachée**, de **variable non apparente** ou encore de **variable sous-jacente**.

Ce type de variable est souvent pris en compte dans la **modélisation** ou la **spécification** d'un **modèle statistique** associé au phénomène.

On suppose que  $(\xi, \eta, \nu)$  est un triplet aléatoire dont la composante  $(\xi, \eta)$  est observable et la composante  $\nu$  inobservable. La loi jointe du triplet est notée  $P^{(\xi, \eta, \nu)}$  ou  $\mathcal{L}(\xi, \eta, \nu)$  : elle fait partie d'une **famille de lois**  $\mathcal{P}^{(\xi, \eta, \nu)}$  susceptibles de gouverner ce triplet ou d'engendrer les « **observations** » de ce triplet (ie les observations « vraies » de  $(\xi, \eta)$  et les valeurs inobservables correspondantes de  $\nu$ ).

Des situations tq les suivantes peuvent notamment se présenter :

(a) **marginalisation**, ou non prise en compte explicite de  $\nu$  dans le modèle. Bien que le phénomène considéré dépende aussi de l'**action** de  $\nu$ , la relation d'intérêt est cependant une **relation fonctionnelle** tq  $\eta = \rho(\xi)$  dérivée de la **loi conjointe**  $P^{(\xi, \eta)}$  (**loi marginale** de la précédente), laquelle fait partie d'une **famille**  $\mathcal{P}^{(\xi, \eta)}$  décrivant le modèle ;

(b) **inobservable**  $\rightarrow$  **observable**, ou prise en compte de  $\nu$  sous la forme  $\xi = f(\nu)$  et  $\eta = g(\nu)$  (ie existence d'influences, inobservables, de  $\nu$  sur  $\xi$  et  $\eta$ ). Alors :

(b<sub>1</sub>) si  $f$  et  $g$  ne sont pas connues (situation a priori), l'observable  $(\xi, \eta)$  ne peut être modélisé qu'à partir de leur **loi jointe**  $P^{(\xi, \eta)}$ , cette loi incorporant implicitement les effets de  $\nu$ . Cette modélisation peut prendre une forme tq la relation  $\eta = \rho(\xi)$  précédente ;

(b<sub>2</sub>) si  $f$  et  $g$  sont connues (ie de formes analytiques explicitées), et si  $f$  est inversible, il est possible d'exprimer  $\eta$  en fonction de  $\xi$  (ou inversement) en éliminant  $\nu$ , ie :  $\nu = f^{-1}(\xi)$ , d'où  $\eta = g(f^{-1}(\xi))$ . L'observable  $(\xi, \eta)$  ne peut donc être modélisé qu'à partir de leur loi jointe  $P^{(\xi, \eta)}$ , cette loi incorporant implicitement les effets de  $\nu$  ;

(c) prise en compte de  $\nu$  sous la forme  $\eta = r(\xi, \nu)$  (ie existence d'une influence directe, mais inobservable, de  $\nu$  sur  $\eta$ ). La relation  $r$  peut être connue ou non. Si  $\nu$  est considérée comme exerçant une influence négligeable sur  $\eta$ , un **modèle de régression** ou un **modèle d'interdépendance** peut être mis en oeuvre.

(ii) Les variables latentes se rencontrent, en particulier :

(a) en **analyse des données** : cf eg **analyse en facteurs communs et spécifiques, composante principale** ;

(b) dans des **relations fonctionnelles** usuelles : **modèle de régression, modèle d'interdépendance** (cf aussi **perturbation aléatoire**) ;

(c) dans l'étude plus spécifique des **structures latentes** : cf **modèle de structures latentes, modèle des classes latentes**.