**VARIABLE NORMÉE (B, C2, C5)**
(04 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $(\Omega, \mathcal{T}, P)$ un **espace probabilisé** et $\xi : \Omega \mapsto \mathbf{R}^K$ un **vecteur aléatoire** réel tq $\xi \in \mathcal{L}_{\mathbf{R}K}{}^2 (\Omega, \mathcal{T}, P)$ dont la loi est notée $P^\xi$.

On appelle **variable normée**, ou **variable centrée-réduite**, ou **variable standardisée**, la **variable aléatoire** $\upsilon$ définie par :

(1) $\upsilon = (D\,\xi)^{-1/2} (\xi - E\,\xi)$,

où $D\,\xi \in S_K(\mathbf{R})$ est la **matrice de dispersion** de $\xi$ et $E\,\xi$ son **espérance mathématique**.

Une variable normée est sans dimension (ie de dimension 0) pr aux unités de mesure.

En pratique, on a souvent K = 1. On appelle alors **variable normée** la **vars** :

(1)' $\upsilon = (\xi - E\,\xi) / \sigma$,

où $\sigma^2 = V\,\xi$ (**variance** de $\xi$).

Une variable normée est parfois aussi appelée **variable unitaire** (son espérance est nulle et sa variance est l'unité).

Ainsi, si $P^\xi = \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ (**loi gaussienne**), la variable $\upsilon$ définie en (1)' est appelée **variable normale « normée »**, ou **variable normale unitaire**.

(ii) De façon générale, on suppose définies une **caractéristique** de **centralité** $C\,\xi$ et une caractéristique de **dispersion** $D\,\xi$ d'une va quelconque $\xi$.

On appelle **variable normée** la variable :

(1)" $\upsilon = (D\,\xi)^{-1} (\xi - C\,\xi)$,

où l'on suppose que $\xi$, $C\,\xi$ et $D\,\xi$ sont de même dimension pr à l'**unité de mesure**.

Ainsi, selon le contexte, on peut choisir : $C\,\xi = E\,\xi$ (espérance) et $D\,\xi = V\,\xi$ (dispersion), ou $C\,\xi = S\,\xi$ (**mode**) et $D\,\xi = E\,\xi$ (**étendue**), ou encore $G\,\xi = Q_{1/2}\,\xi$ (**médiane**) et $D\,\xi = Q_{3/4}\,\xi - Q_{1/4}\,\xi$ (intervalle interquartile) (cf **intervalle interquantilaire**), etc.

(iii) En particulier, si $\theta = (\alpha, \beta) \in \mathbf{R}^K \times \mathbf{R}^*_+$ est un paramètre de position et d'échelle (où $\alpha$ est le **paramètre de position** et $\beta$ le **paramètre d'échelle**), on a souvent (notamment en **Statistique non paramétrique**) :

(2) $F_\theta(x) = F((x - \alpha) / \beta), \quad \forall x \in E,$

où $F_\theta$ est la **fonction de répartition** de $\xi$ et F une **fr** ne dépendant pas de $\theta$.

(iv) Les notions « théoriques » précédentes comportent des analogues « empiriques », obtenues en remplaçant la loi $P^\xi$ de $\xi$ (qui sert à leur calcul) par la **loi empirique** $P_N$ associée à un N-**échantillon** $X = (X_1, ..., X_N)$ engendré à partir de $P^\xi$ (ou de $\xi$).

Ainsi, lorsque les va $X_n$ sont scalaires (eg à valeurs dans **R**), on peut définir la variable normée suivante :

(3) $N_N = (\xi - \overline{X}_N) / S_N$ ,

où $\overline{X}_N$ désigne la **moyenne arithmétique** empirique (cf **moyenne empirique**) et $S_N$ l'**écart-type** empirique des $X_n$ .

(v) La **transformation de STUDENT** est un exemple d'utilisation classique des concepts précédents.