

## VARIABLE QUANTALE (C2, L)

(09 / 10 / 2020, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2020)

Une **variable quantale** est une **variable qualitative** élémentaire à laquelle on peut associer une **variable indicatrice**.

(i) Si l'on applique un **traitement (stimulus)** à des **unités expérimentales**, il peut y avoir réaction ou absence de réaction (décès ou survie) d'une unité à ce traitement (cf aussi **non réponse**). On dit que l'unité émet une **réponse « quantale »** (jargon) ou une **réponse par quanta**.

Par suite, la variable observée  $\eta$  prend deux valeurs possibles, notées eg a (réponse) et  $b \neq a$  (non réponse). Une manière simple de coder  $\eta$  consiste à poser  $\xi = 1$  si  $\eta = a$  et  $\xi = 0$  si  $\eta = b$ , ie :

$$(1) \quad \xi = \mathbf{1}_{[\eta = a]} + \mathbf{1}_{[\eta = b]} .$$

La variable indicatrice  $\xi$  est parfois, elle aussi, appelée **variable quantale**.

(ii) Le vocabulaire précédent provient (notamment, en biologie) d'**expériences** dans lesquelles le traitement est une « dose » d'un stimulus (ou des combinaisons de doses de stimuli), appliqué(es) à des unités expérimentales vivantes. On modélise souvent  $\eta$  (ou  $\xi$ ) en fonction des facteurs (les stimuli) ainsi testés (cf **plan d'expérience, modèle d'analyse de la variance**,).

Dans l'analyse des variables (ou réponses) quantales, on appelle **dose effective quantilaire** de niveau  $p \in [0, 1]$  toute valeur prise par la liste des **variables exogènes** et tq le **taux de réponse** est égal à  $p$ .

Ainsi, si la **relation « dose  $\mapsto$  réponse »** peut se représenter selon un **modèle logistique** (linéaire) comportant  $K$  variables exogènes :

$$(2) \quad \text{Log} \{(1 - p)^{-1} p\} = \xi' b + \varepsilon,$$

où  $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_k)'$  est le vecteur des variables exogènes, interprétables comme doses de stimuli, etc), la dose effective de niveau  $p$ , notée  $DE_p$ , est une solution en  $x$  de l'équation (déterministe) :

$$(3) \quad \text{Log} \{(1 - p)^{-1} p\} = x' b,$$

où  $x = (x_1, \dots, x_k)' \in \mathbf{R}^K$ .

En particulier, on appelle **dose effective médiane** la solution de (3) associée à la valeur  $p = 1/2$ . Par exemple, si  $K = 1$ , on a  $DE_{1/2} = 0$  ; si  $K = 2$  et  $x_1 = 1$ , on a  $DE_{1/2} = -b_1 / b_2$ , etc.

(iii) En pratique, la dose effective est estimée en remplaçant, dans (3),  $b$  par un **estimateur**  $b^\#$  (cf **modèle Logit**).