VARIABLES ÉQUIVALENTES (A5, B1, C1, C4)

(04 / 11 / 2019, © Monfort, Dicostat2005, 2005-2019)

(i) Soit $(E, \mathcal{A})$ et $(F, \mathcal{B})$ deux **espaces mesurables** et $f : E \mapsto F$ et $g : E \mapsto F$ deux **applications mesurables**. On suppose donnée une **mesure** (positive) μ définie sur $\mathcal{A}$. On dit alors que f et g sont des **applications μ -équivalentes**, ou **applications équivalentes** pr à μ , ou simplement des **applications équivalentes**, ssi elles sont μ -intégrables et vérifient :

$$(1) \quad \mu ([f \neq g]) = 0.$$

Autrement dit :

$$(1)' \quad \int_A f \, d\mu = \int_A g \, d\mu, \quad \forall A \in \mathcal{A}.$$

(ii) La notion d'équivalence entre fonctions mesurables s'applique directement aux **variables aléatoires**. Etant donné un **espace probabilisé** $\{\Omega, \mathcal{F}, P\}$, un **espace probabilisable** $(\mathcal{X}, \mathcal{B})$ et deux variables aléatoires $\xi : \Omega \mapsto \mathcal{X}$ et $\eta : \Omega \mapsto \mathcal{X}$, on dit que ξ et η sont des **variables P-équivalentes**, ou des **variables équivalentes** pr à P , ou simplement des **variables équivalentes**, ssi elles sont égales P-presque sûrement :

$$(1)'' \quad P ([\xi \neq \eta]) = 0.$$

Autrement dit, on peut noter :

$$(1)''' \quad \xi = \eta \quad (P\text{-p.s.}).$$

(iii) La notion s'étend aisément à des **statistiques** (cf **statistiques équivalentes**).